

УДК 622.691.4

## НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ТРУБОПРОВОДІВ ПІД ЧАС ЇХ УКЛАДАННЯ НА ДНО МОРЯ S- ТА J-МЕТОДАМИ

Л.Я.Побережний, Т.Ю.Пиріг

ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15,  
e-mail: [roberezhny@iung.edu.ua](mailto:roberezhny@iung.edu.ua)

*Проведено критичний аналіз математичних моделей напружено-деформованого стану (НДС) конструкції трубопроводу при його укладанні на дно моря S- та J-методами. Розроблено удосконалені математичні моделі для визначення параметрів НДС трубопроводу в процесі укладання.*

Ключові слова: напружено-деформований стан, S-метод, J-метод, прогин, кут повороту, згинальне напруження, виштовхувальна сила Архімеда.

*Проведен критический анализ математических моделей напряженно-деформированного состояния (НДС) конструкции трубопровода при его укладке на дно моря S- и J-методами. Разработаны усовершенствованные математические модели для определения параметров НДС трубопровода в процессе укладки.*

Ключевые слова: напряженно-деформированное состояние, S-метод, J-метод, прогиб, угол поворота, изгибающие напряжения, выталкивающая сила Архимеда.

*A critical analysis of mathematical models of stress-strain state (SSS) construction of the pipeline when it is laying on the seabed by S-lay and J-lay methods was performed. Developed and improved mathematical models for determining the parameters of SSS in the pipeline laying.*

Keywords: stress-strain state, S-lay method, J-lay method, deflection, angular deflection, bending stress, buoyancy force.

Загальносвітове зростання потреби у вуглеводневій сировині і поступове виснаження основних нафтогазових родовищ на суші зумовили різку активізацію пошуково-розвідувальних робіт в акваторіях Світового океану. У міжнародній практиці нафтогазові ресурси континентального шельфу вже давно стали основним джерелом збільшення видобутку нафти і газу. На сьогоднішній день частка вуглеводнів, які видобуваються на континентальному шельфі, складає більше чверті світового обсягу видобування і продовжує непинно зростати. Одночасно з цим значно зростає протяжність підводних трубопроводів, в тому числі магістральних, якими здійснюється транспортування сировини до основних споживачів, внаслідок чого підвищується ймовірність виникнення аварійних ситуацій на цих об'єктах. Тому актуальною постає проблема забезпечення надійної роботи трубопровідних систем для безперерйного постачання енергоносіїв споживачам.

Оскільки безвідмовна робота трубопроводу протягом проектного терміну експлуатації значною мірою визначається історією динамічних і статичних навантажень, які він зазнає в процесі укладання та протягом свого строку служби, для точнішого прогнозування ресурсу безаварійної роботи трубопроводу необхідно враховувати деформаційні ефекти, викликані зміною напружено-деформованого стану трубопроводу в процесі будівництва, який залежить від способу його прокладання.

На сьогоднішній день у світовій практиці використовуються два основні методи укладання морських трубопроводів: S-метод, J-метод. Обидва способи укладання одержали свою

назву від форми викривленої ділянки трубопроводу між кормою баржі-трубоукладача і морським дном.

Якщо S-метод має обмеження по глибині зверху, то застосування J-методу, навпаки, лімітовано мінімальною глибиною. Тому на практиці доводиться застосовувати поєднання двох технологій, а саме: вести будівництво прибережних ділянок за допомогою суден, що реалізують S-метод, а укладання трубопроводу на більш глибоководних ділянках моря продовжувати J-методом.

Можливість застосування обидвох технологій будівництва визначається, насамперед, напружено-деформованим станом (НДС) конструкції трубопроводу на всіх стадіях будівельно-монтажних робіт, від якого залежить величина залишкових деформацій, які накопичуються в трубопроводі внаслідок виникнення в ньому згинальних напружень, що перевищують значення границі плинності для даної марки сталі. Тому нами були запропоновані математичні моделі для розрахунку НДС для кожного з цих методів.

При розв'язанні завдань з визначення НДС трубопроводу при його укладанні на дно моря, у вітчизняній і зарубіжній літературі [1] використовувалось наближене диференціальне рівняння пружної лінії балки, яке справедливе тільки для малих деформацій, тобто за невеликих глибин укладання.

Точне рівняння зігнутої осі балки має вигляд:

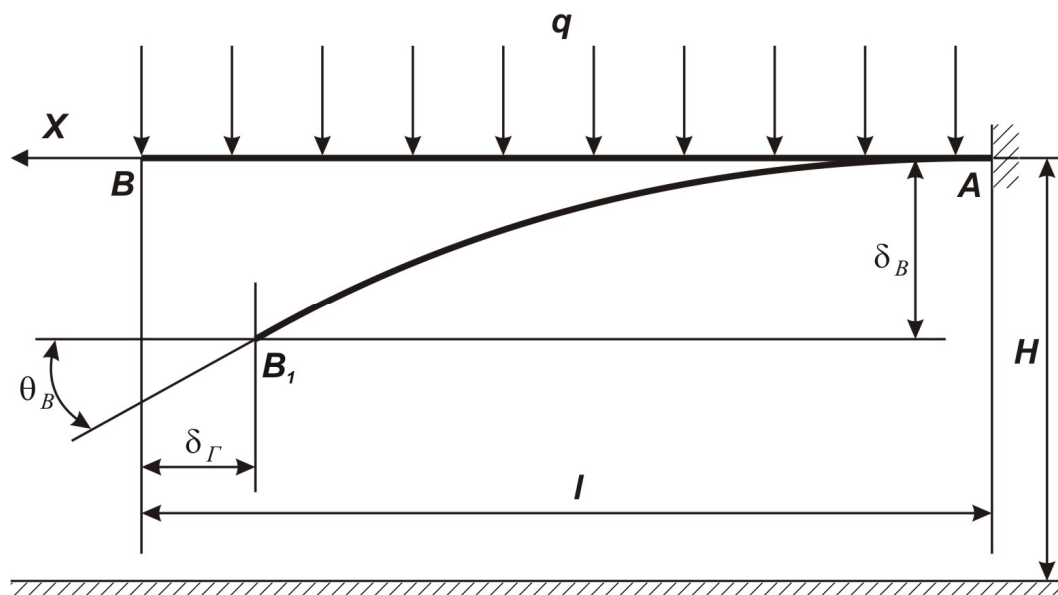


Рисунок 1 – Розрахункова схема укладання трубопроводу S-методом

$$M(x) = EI(x) \frac{d^2 y}{dx^2} \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}, \quad (1)$$

де:  $M(x)$  – згинальний момент в довільному перерізі  $x$  балки;

$E$  – модуль пружності матеріалу;

$I(x)$  – момент інерції довільного перерізу  $x$  балки (для балки, що має постійний переріз,  $I = \text{const}$ );

$y$  – прогин.

Це рівняння є нелінійним диференціальним рівнянням другого порядку, інтегрування якого пов'язане зі значними труднощами. Крім цього, в переважній більшості розглядуваних на практиці задач маємо справу з малими прогинами, тому точне рівняння (1) можна замінити наближеним рівнянням для малих переміщень.

За невеликих глибин моря і S-подібному укладанні прогин трубопроводу не перевищуватиме  $1/100$  довжини прогону  $l$ , а відповідні кути повороту не перевищать  $1^\circ$ , тому ліній прогинів буде досить пологою і можна прийняти  $\theta \approx \tan \theta \approx \frac{dy}{dx}$ , Тобто навіть за максимально-

го прогину  $\tan \theta \approx \tan 1^\circ \approx 0,02$ . Оскільки значення  $\tan^2 \theta$  не перевищує  $0,0004$  (тобто дуже мале порівняно з одиницею) цією величиною можна знехтувати без відчутної для практичних цілей похибки. Тоді дістанемо спрощене диференціальне рівняння пружної лінії:

$$\frac{M(x)}{EI(x)} = \frac{d^2 y}{dx^2}. \quad (2)$$

За великих глибин укладання на дно моря, коли прогини, а відповідно, і кути повороту

стають великими, таке нехтування може призвести до значних похибок в розрахунках, тому виникає необхідність у розв'язанні та використанні точного диференціального рівняння (1). Форма кривої, яку одержують з цього рівняння, називається еластикою.

Розглянемо консольну балку АВ трубопроводу (рис. 1), що занурюється на морське дно під дією власної ваги  $q$  на одиницю його довжини. В процесі занурення вільний торець трубопроводу зазнає переміщення в горизонтальній і вертикальній площинах  $\delta_\Gamma$  і  $\delta_B$  відповідно, а його кут повороту сягає значення  $\theta_B$ . Довжина лінії згину дорівнює початковій довжині  $l$  незакріпленого кінця трубопроводу, оскільки зміною його довжини по осі, пов'язаної з безпосереднім розтягом, нехтують.

Оскільки балка статично визначена, можна легко знайти вираз для згинального моменту  $M$  і підставити його в рівняння (1). Потім після відповідних перетворень, включаючи заміну змінної, і врахування відповідних граничних умов, можна отримати розв'язок рівняння в еліптичних функціях [2]. Цей розв'язок приводить до рівнянь, з яких можна знайти  $l$ ,  $\theta_B$ ,  $\delta_\Gamma$  і  $\delta_B$ . В нашому випадку трансцендентне рівняння для кута  $\theta_B$  має такий вигляд:

$$f(k) - f(k, \alpha) = \sqrt{\frac{ql^3}{3EI}}, \quad (3)$$

$$f(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dt}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 t}},$$

де:  $f(k)$  – повний еліптичний інтеграл першого роду;

$f(k, \alpha) = \int_0^\alpha \frac{dt}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 t}}$  – еліптичний інтеграл першого роду,

$$k = \sqrt{\frac{1 + \sin \theta_B}{2}},$$

$$\alpha = \arcsin \frac{1}{k\sqrt{2}}.$$

Для визначення  $\theta_B$  трансцендентне рівняння (1.2) розв'язується методом послідовних наближень. Алгоритм розв'язку трансцендентного рівняння за цим методом такий:

1) задається деяке значення  $\theta_B$  в інтервалі від 0 до  $\pi/2$ ;

2) з виразу (1.6) визначається  $k$ ;

3) за формулою (1.4) розраховується відповідне значення  $f(k)$ ;

4) з виразу (1.7) визначається  $\alpha$ ;

5) для відомих  $k$  та  $\alpha$  за формулою (1.5) розраховується відповідне значення  $f(k, \alpha)$ ;

6) з рівняння (1.3) знаходиться довжина трубопроводу  $l$ ;

Так, отримаємо значення довжини консолі  $l$  трубопроводу, що відповідає окремо взятому значенню  $\theta_B$ , тобто

$$I = 3 \sqrt{\frac{3EI}{q}} [f(k) - f(k, \alpha)]^2. \quad (4)$$

Повторюючи розрахунки для інших значень  $\theta_B$ , можна визначити бажану кількість відповідних величин  $\theta_B$  та  $l$ .

Вертикальне переміщення кінця консольної балки трубопроводу:

$$\delta_B = l - \sqrt{\frac{12EI}{ql}} [u(k) - u(k, \alpha)], \quad (5)$$

$$u(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 t} dt,$$

де:  $u(k)$  – повний еліптичний інтеграл другого роду;

$u(k, \alpha)$  – еліптичний інтеграл другого роду,

$$u(k, \alpha) = \int_0^{\alpha} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 t} dt.$$

Горизонтальне переміщення кінця консольної балки трубопроводу дорівнює

$$\delta_{\Gamma} = l - \sqrt{\frac{6EI}{ql}} \sin \theta_B. \quad (6)$$

Вага одиниці довжини трубопроводу  $q$  з урахуванням виштовхувальної сили Архімеда знаходиться за формулою:

$$q = (\rho_C - \rho)gS, \quad (7)$$

де:  $\rho_C$  та  $\rho$  – густина сталі та морської води відповідно;

$$S = \pi(D - \delta)\delta,$$

$S$  – площа поперечного перерізу трубопроводу;

$D$ ,  $\delta$  – зовнішній діаметр та товщина стінки трубопроводу відповідно.

Напруження в найбільш небезпечному перерізі трубопроводу у місці його жорсткого закріплення визначаються за формулою, виведеною з рівняння (1) шляхом нескладних перетворень:

$$\sigma = \frac{EI\theta}{Wl(1 + \theta^2)^{1.5}}. \quad (8)$$

Момент інерції поперечного перерізу трубопроводу  $I$  та його осьовий момент опору  $W$  визначаються залежностями

$$I = \frac{\pi D^4}{64} (1 - a^4), \quad a = \frac{D - 2\delta}{D}, \quad (9)$$

$$W = \frac{\pi D^3}{32} (1 - a^4).$$

Для прикладу визначимо, на якій глибині згинальні напруження в трубопроводі діаметром  $1020 \times 10$  мм зі сталі марки 09Г2С досягнуть границі плинності  $\sigma_T = 350$  МПа при S-подібному його укладанні на морське дно.

Через громіздкість даного алгоритму розрахунку для розв'язання поставленої задачі скористаємось програмою Matchcad 13.

На рис. 2 та рис. 3 зображено епюри напружено-деформованого стану трубопроводу за різних значень кута повороту  $\theta_B$ . Причому, функції довжини трубопроводу  $l(\theta)$ , горизонтального  $\delta_{\Gamma}(\theta)$  і вертикального  $\delta_B(\theta)$  переміщення торця трубопроводу мають розмірність в метрах, а згинального напруження  $\sigma(\theta)$  – в мегапаскалях.

Проаналізувавши одержані епюри, можна побачити, що при укладанні даного трубопроводу на дно моря згинальні напруження в місці жорсткого закріплення трубопроводу сягають границі плинності сталі  $\sigma_T = 350$  МПа за довжини  $l = 112$  м, коли кут  $\theta_B$  на торці трубопроводу стає рівним  $30^\circ$ . При цьому торець трубопроводу опускається на глибину 38 м і переміщується в горизонтальному напрямі на 8 м.

Якщо для розрахунку прийняти до уваги довжину і кривизну стінгера (фермоподібна конструкція), а також натяг талевої системи, яка здатна створювати максимальне розтягуюче зусилля величиною до 30 кН, згинальні напруження досягнуть границі плинності сталі за дещо більших значень параметрів  $l$ ,  $\theta_B$ ,  $\delta_{\Gamma}$  і  $\delta_B$ , але не будуть істотно відрізнятися від одержаних розрахункових значень.

Слід зауважити, що при використанні спрощеного диференціального рівняння пружної лінії трубопроводу, гранична довжина прольоту трубопроводу, який можна опустити у воду, становить:

$$I = \sqrt{\frac{2W\sigma_T}{q}}, \quad (10)$$

$$I = \sqrt{\frac{2 \cdot 7934 \cdot 10^{-6} \cdot 350 \cdot 10^6}{2117}} = 51,23 \text{ м.}$$

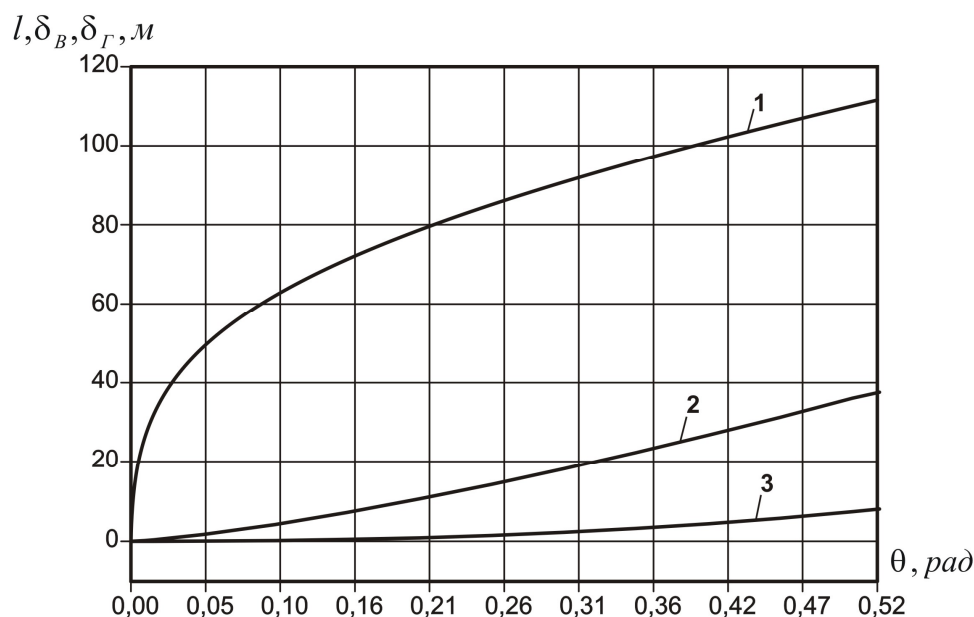


Рисунок 2 – Графіки зміни довжини провисаючої ділянки трубопроводу (1), вертикального (2) та горизонтального (3) переміщень торця трубопроводу залежно від значення кута його повороту

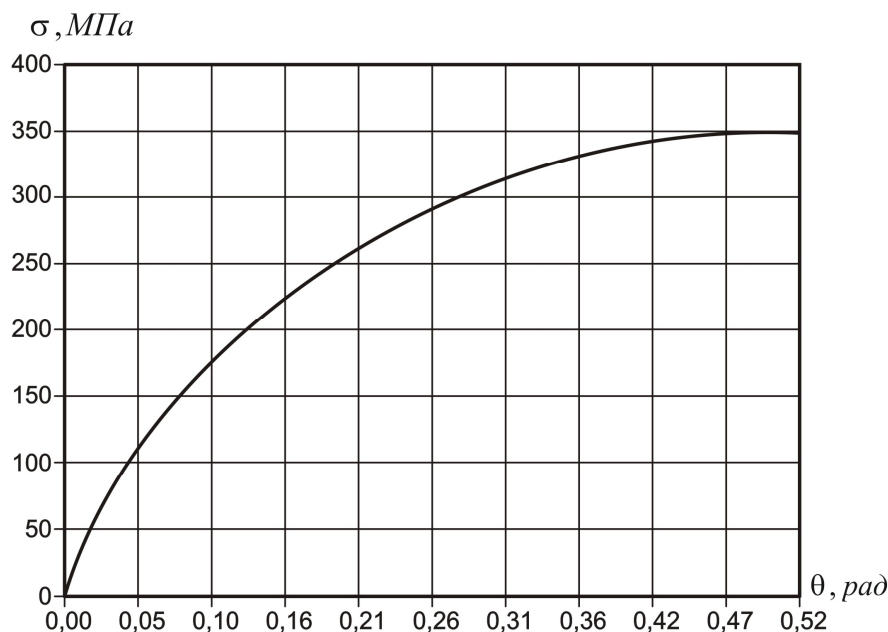


Рисунок 3 – Графік зміни номінальних згинальних напружень в найбільш небезпечному перерізі трубопроводу залежно від значення кута його повороту

Це значення більш, ніж удвічі менше ( $l=112$  м) одержаного при використанні більш точної методики розрахунку з використанням залежності (1), що доводить недоцільність використання спрощеної математичної моделі для розрахунку великих переміщень консольних балок.

За глибини моря понад 300 м, для укладання трубопроводів вільним зануренням широко застосовується J-метод. Процес укладання трубопроводу із застосуванням цього методу здійснюється в два етапи. На першому етапі секції трубопроводу з'єднують за допомогою зварювання, в той час, коли вони підтримуються у

вертикальному або близькому до вертикального положенні за допомогою опори баштового типу (вишки). Коли частину труб зварюють в одну нитку (колону), її занурюють у воду. Таким чином, трубопровід опускається вертикально з баржі-трубоукладача шляхом наросування до тих пір, поки його край не торкнеться морського дна. При цьому вертикальний прольот стальної оболонки трубопроводу працює на розтяг. На другому етапі відбувається згин трубопроводу і в міру руху баржі-трубоукладача трубопровід лягає на морське дно [3].

Визначимо напружено-деформований стан трубопроводу для кожного з цих двох етапів.

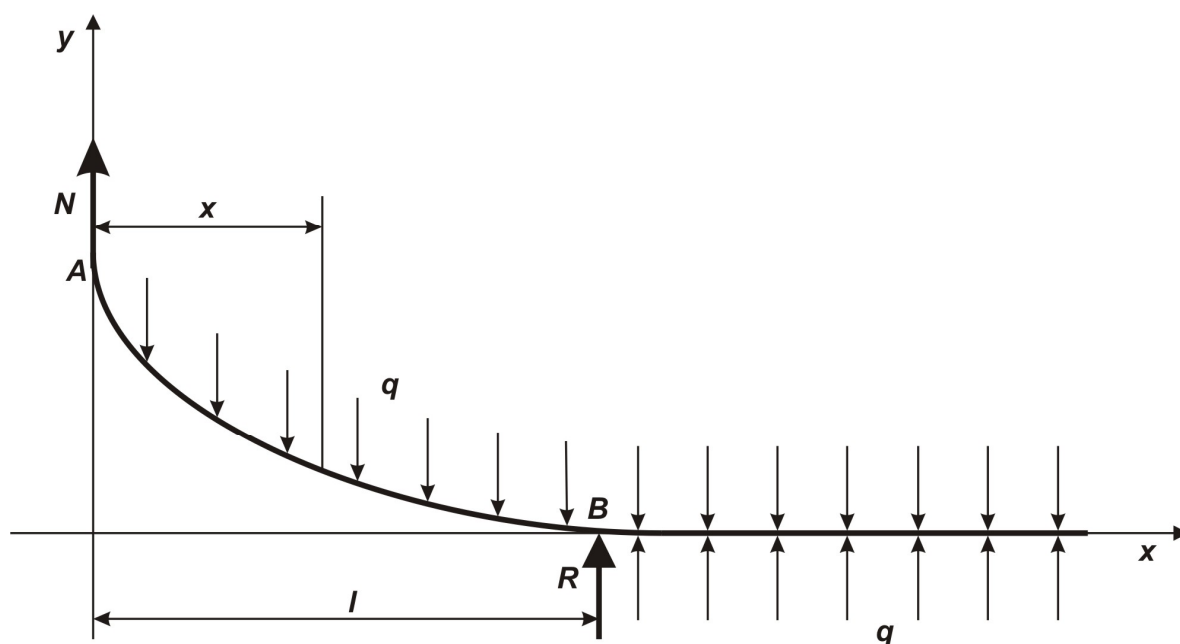


Рисунок 4 – Розрахункова схема укладання трубопроводу J-методом

Вертикальне переміщення довільного перерізу сталюї оболонки трубопроводу, розташованого на відстані  $x$  від точки жорсткого закріплення на баржі-трубоукладачі, під дією власної ваги та з урахуванням виштовхувальної сили Архімеда:

$$\delta_B(x) = \int_0^x \frac{(H - \xi)(\rho_C - \rho)g}{E} d\xi = \frac{(\rho_C - \rho)g}{2E} (2H - x)x, \quad (11)$$

де  $H$  – глибина занурення кінця трубопроводу.

Найбільше вертикальне переміщення трубопроводу буде в точці жорсткого закріплення трубопроводу на баржі-трубоукладачі, тобто при  $x=H$

$$\delta_B = \frac{(\rho_C - \rho)gH^2}{2E}. \quad (12)$$

При цьому максимальне розтягуюче зусилля в точці жорсткого закріплення трубопроводу дорівнюватиме:

$$P(H) = (\rho_C - \rho)gHS. \quad (13)$$

Цьому зусиллю відповідає наступне максимальне значення розтягуючого зусилля:

$$\sigma = (\rho_C - \rho)gH. \quad (14)$$

При визначенні всіх факторів напружено-деформованого стану зігнутої ділянки АВ (рис. 4) трубопроводу немає необхідності розглядати великі переміщення його пружної осі, оскільки точка А розташована по вертикалі від точки В на відстані не більше 15-50 м залежно від значення жорсткості поперечного перерізу трубопроводу при згині.

Згин пружної осі на припіднятій ділянці АВ довжиною  $l$  відбувається під дією сили  $N$  і власної ваги трубопроводу  $q$  на одиницю його довжини. Ділянка трубопроводу справа від точки В вже лежить на дні моря. На межі двох

ділянок трубопроводу діє реактивне зусилля  $R$ , значення якого визначається з рівняння рівноваги.

Для визначення  $R$  та  $N$ , спроектуємо всі діючі на трубопровід сили на вертикальну вісь і знайдемо суму моментів цих сил відносно точки В. В результаті одержимо:

$$\sum P_y = 0; \quad N + R - ql = 0;$$

$$\sum M_B = 0; \quad Nl - \frac{ql^2}{2} = 0.$$

Розв'язавши систему рівнянь, отримаємо:

$$R = N = \frac{ql}{2}. \quad (15)$$

Згинальний момент в довільному перерізі трубопроводу  $x$  припіднятої ділянки трубопроводу АВ дорівнює:

$$M(x) = Nx - \frac{qx^2}{2} = \frac{qx}{2}(1 - x). \quad (16)$$

Продиференціювавши рівняння (1.23) і прирівнявши одержану залежність до нуля, знайдемо координату небезпечного перерізу трубопроводу, в якому діє максимальний згинальний момент. Таким чином, найбільшого значення згинальний момент досягне в середині припіднятої ділянки трубопроводу і при  $x=l/2$  його значення буде рівне:

$$M_{\max} = \frac{ql^2}{8}. \quad (17)$$

Для визначення кута повороту і прогину зігнутої ділянки трубопроводу скористаємося диференціальним рівнянням

$$EI \frac{d^2 y(x)}{dx^2} = M(x) = \frac{qx^2}{2} - Nx, \quad (18)$$

де  $EI$  – жорсткість поперечного перерізу трубопроводу на згин.

Залежності для кута повороту пружної осі трубопроводу і його прогину одержимо шляхом послідовного інтегрування рівняння (18):

$$EI \frac{dy(x)}{dx} = \frac{qx^3}{6} - \frac{Nx^2}{2} + A_1 ; \quad (19)$$

$$EI dy(x) = \frac{qx^4}{24} - \frac{Nx^3}{6} + A_2 ,$$

де  $A_1$  і  $A_2$  – постійні інтегрування, які визначаються з умови рівності нулю кута повороту і прогину пружної осі трубопроводу в перерізі

$x=l$ , тобто  $\frac{dy(l)}{dx} = y(l) = 0$ .

З урахуванням крайової умови, одержимо  $A_1 = ql^3/12$ ,  $A_2 = ql^4/24$ .

Таким чином, рівняння для визначення кута повороту і прогину пружної осі підвищеної ділянки трубопроводу матимуть наступний вигляд:

$$\frac{dy(x)}{dx} = \frac{q}{12EI} (2x^3 - 3lx^2 + l^3); \quad (20)$$

$$y(x) = \frac{q}{24EI} (x^4 + 2lx^3 + l^4). \quad (21)$$

З рівнянь (20) та (21) видно, що функція зігнутої пружної осі трубопроводу є поліномом четвертого степеня.

Сумарне зусилля та, відповідно, максимальне напруження, що діє в точці жорсткого закріплення трубопроводу при його укладанні на дно моря J-методом дорівнює:

$$T = (\rho_C - \rho)gHS + N, \quad (22)$$

$$\sigma_{\max} = (\rho_C - \rho)gH + \frac{N}{S}. \quad (23)$$

Максимальне напруження в небезпечному перерізі зігнутої ділянки трубопроводу становить:

$$\sigma_{\max}^{\pm} = \pm \frac{ql^2}{8W}. \quad (24)$$

У рівнянні (24) максимальні згинальні напруження будуть мати знак “+” для волокон, які лежать вище нейтрального шару і будуть зазнавати розтягу, та відповідно – знак “-” для волокон, які лежать нижче нейтрального шару і будуть зазнавати стиску.

## Висновки

1. Проведено критичний аналіз математичних моделей основних способів укладання трубопроводів на дно моря.

2. Розроблено удосконалену математичну модель укладання трубопроводу на дно моря S-та J-методами, що дає змогу коректніше визначати параметри напружено-деформованого стану шляхом урахування виштовхувальної сили Архімеда.

## Література

- 1 Писаренко Г.С. Опір матеріалів: підручник / Г.С. Писаренко, О.Л. Квітка, Е.С. Уманський; за ред. Г.С. Писаренка, – 2-ге вид., допов. і переробл. – К.: Вища шк., 2004. – 655 с.: іл.
- 2 Тимошенко С.П. Механика материалов / С. П. Тимошенко, Д. М. Гере; [пер. Л. Г. Корнейчука; под ред. Э. И. Григолюка]. – М.: Мир, 1976. – 669 с.
- 3 Горяинов Ю.А. Морские трубопроводы / Ю.А. Горяинов, А. С. Федоров, Г. Г. Васильев, А.Д. Прохоров. – М.: ООО Недра-Бизнесцентр, 2001. – 131 с.

Стаття поступила в редакційну колегію  
15.06.10

Рекомендована до друку професором  
**В. Я. Грудзом**